

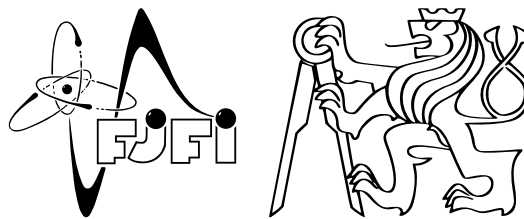
Datum měření: 24.3.2014

Skupina: 7

Jméno: David Roesel

Kroužek: ZS 7

Spolupracovala: Tereza Schönfeldová Klasifikace:



1 Pracovní úkoly

1. Změřte závislost emisního proudu katody na kladném anodovém napětí v rozmezí (100 – 600) V, po cca 100 V, při konstantní teplotě katody. Měření proveďte pro 6 – 10 teplot v rozmezí 1800 až 2500 K. Teplotu měřte pyrometrem.
2. Výsledky měření podle bodu 1 vynesete do grafu (viz. Obr. 4 v zadání úlohy [1]) - vynesete závislost $\ln(I)$ na \sqrt{U} , určete hodnoty emisního proudu I_0 a nakreslete Richardsonovu přímkou.
3. Vypočtete výstupní práci φ_v a určete hodnotu Richardsonovy konstanty A , v obou případech zkuste odhadnout chybu. Diskutujte rozdíl oproti očekávané hodnotě.
4. Změřte závislost náběhového proudu $I_a = f(U_{KA})$ pro deset hodnot záporného anodového napětí U_{KA} při konstantním žhavicím proudu I_{zh} . Měřte v rozsahu -10 až 0 V, 1700 – 2100 K.
5. Měření podle bodu 4. proveďte pro šest různých hodnot žhavicího proudu I_{zh} . Pro každou hodnotu žhavicího proudu změřte teplotu středu katody radiačním pyrometrem.
6. Průběh $I_a = f(U_{KA})$ vynesete do grafu (viz. Obr. 3 v zadání úlohy [1]), vynesete závislost $\ln I$ na U . Z průběhů náběhového proudu pomocí vzorce (3) odhadněte příslušné teploty katody a porovnejte je s teplotami změřenými pyrometrem.
7. Spolu s každým měřením teploty v předchozích úlohách si poznamenejte i napětí a proud na žhavicím zdroji. Na základě Stefan-Boltzmannova zákona (10) a ve vlákně disipovaného výkonu $P = U_{zh}I_{zh}$ odhadněte teplotu vlákna, porovnejte s hodnotou změřenou pyrometrem. Vynesete do grafu a rozdíl diskutujte.

2 Vypracování

2.1 Použité přístroje

Speciální dioda s wolframovou žhavnou katodou trvale čerpaná vakuovým systémem, regulovatelný zdroj 20 V, žhavicí transformátor, regulovatelný zdroj 60 V, voltmetr, ampérmetr, miliampérmetr, nanoampérmetr, regulační transformátor 0 – 220 V.

2.2 Teoretický úvod

Dobrou představou, která stačí pro popsání většiny jevů vyskytujících se v kovu, je model krystalické mřížky složené z kladných iontů a záporných elektronů, které se mezi nimi pohybují. V závislosti na teplotě kovu mají tyto elektrony jistou kinetickou energii. Energií potřebnou k opuštění látky nazýváme výstupní práci φ_v . Výstupní rychlost se řídí Maxwell-Boltzmannovým rozdělením. Poté, co elektrony opustí látku, vytvoří oblak prostorového náboje, který potlačuje další emisi elektronů.

Mějme dvě destičky z kovu (katodu a anodu ve vzdálenosti a) a necht' je mezi nimi nulový nebo malý záporný potenciálový rozdíl φ_a . Pak můžeme pro koncentraci elektronů n_x v nějaké vzdálenosti x od katody napsat vztah

$$n_x = n_0 \cdot \exp\left(\frac{e\varphi_x}{kT}\right), \quad (1)$$

kde n_0 je koncentrace elektronů u katody, $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ W} \cdot \text{s} \cdot \text{K}^{-1}$ Boltzmannova konstanta, $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ velikost náboje elektronu a T termodynamická teplota. Z toho potom platí pro celkový proud I_a vztah

$$I_a = I_0 \cdot \exp\left(\frac{e\varphi_a}{kT}\right), \quad (2)$$

kde I_0 představuje ideální nasycený proud diodou. Pokud tento vztah zlogaritmuje, dostaneme

$$\ln I_a = \ln I_0 + \frac{e}{kT} \varphi_a \quad \Leftrightarrow \quad y = a + bx, \quad (3)$$

z čehož plyne, že ze směrnice naměřené závislosti $I_a(\varphi_a)$ můžeme určit teplotu katody. To provedeme pomocí lineárního proložení, kde $a = \ln I_0$ a $b = \frac{e}{kT}$, čímž pádem budeme moci spočítat teplotu katody T podle vztahu

$$T = \frac{e}{kb}. \quad (4)$$

Zajímají-li nás možné zdroje chyb, měli bychom se věnovat následujícím oblastem:

- vliv prostorového náboje (je vhodné měřené proudy udržovat co nejmenší)
- vliv elektronů vyražených krátkovlnným zářením z katody
- vliv sekundárních elektronů vyražených z katody

Chceme-li určit výstupní práci elektronu $e\varphi_v$, můžeme tak učinit (za předpokladu, že je dioda z námi studovaného kovu) měřením tzv. *nasyceného proudu*. Vliv prostorového náboje zmenšíme tím, že budeme volit polaritu potenciálového rozdílu mezi anodou a katodou tak, aby elektrické pole urychlovalo elektrony směrem k anodě. Jakmile napětí U_{KA} přesáhne nějakou úroveň, proud diodou I_a prakticky neroste a můžeme ho označit za nasycený. Jeho hodnotu zvládneme určit ve shodě se Schottkyho teorií, ze které jde odvodit, že

$$\ln I_a = \ln I_0 + K \cdot \sqrt{\varphi_a} \quad \Leftrightarrow \quad y = a + bx, \quad (5)$$

kde I_a je procházející proud, I_0 proud nasycený, K konstanta závislá na teplotě a velikosti měřící anody a katody a φ_a napětí na anodě.

Pro nasycený proud I_0 dále platí:

$$I_0 = SAT^2 \exp\left(-\frac{e\varphi_v}{kT}\right), \quad (6)$$

kde S je povrch katody, A tzv. *Richardsonova konstanta*, T termodynamická teplota, φ_v výstupní potenciál (z něj spočítaná výstupní práce pro elektron $e\varphi_v$). Hodnota Richardsonovy konstanty se pro wolfram typicky pohybuje kolem $80 \cdot 10^4 \text{ A} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-2}$ [4]. Tento vztah můžeme také zlogaritmovat a dostáváme

$$\ln I_0 - 2 \ln T = \ln SA - \frac{e\varphi_v}{k} \frac{1}{T} \quad \Leftrightarrow \quad y = a - bx, \quad (7)$$

tedy značíme $y = \ln I_0 - 2 \ln T$, $a = \ln SA$, $b = \frac{e\varphi_v}{k}$ a $x = \frac{1}{T}$. Rovnici $y = a - bx$ nazýváme *Richardsonovou přímkou*. Z koeficientu b můžeme určit výstupní práci a Richardsonovu konstantu podle

$$\varphi_v = \frac{bk}{e}, \quad A = \frac{e^a}{S}, \quad (8)$$

kde zachováváme předchozí značení.

Během celé úlohy budeme určovat teplotu spektrálním pyrometrem, který změří intenzity (ve formě napětí) červeného a modrého světla $E_{\check{c}}$ a E_m , a my tak můžeme určit teplotu pozorovaného objektu podle vztahu

$$\log_{10} \left(\frac{E_{\check{c}}}{E_m} \right) = c_1 + \frac{c_2}{T}, \quad \text{kde } c_1 = -0,2457 \text{ a } c_2 = 2146,35. \quad (9)$$

Zároveň budeme měřit teplotu vlákna pomocí Stefan-Boltzmannova zákona pro vyzařování černého tělesa, který má tvar

$$P = U_{\check{z}h} I_{\check{z}h} = S \sigma T^4 \quad \Rightarrow \quad T = \left(\frac{U_{\check{z}h} I_{\check{z}h}}{S \sigma} \right)^{\frac{1}{4}}, \quad (10)$$

kde $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$ je tzv. *Stefan-Boltzmannova konstanta*.

2.3 Postup měření

Vzhledem k poškození aparatury předchozí skupinou jsme měření neprováděli sami, ale obdrželi jsme všechna naměřená data od asistentů. Postup jsme si tak nemohli vyzkoušet a nejsme schopni diskutovat jeho výhody a úskalí. V případě, že bychom úlohu měřili, postupovali bychom podle postupu uvedeného v následujících odstavcích.

2.3.1 Měření nasyceného proudu

Obvod zapojíme podle nákresu na Obr. 1 a po sestavení zapneme vývěvy. Po dosažení jistého stupně vakua započneme měření proudu I_a v závislosti na anodovém napětí U_a za držení konstantní teploty. Používáme přitom zdroj proměnného kladného napětí 0-600 V a anodový proud měříme ve většině případů miliampérmetrem. Před každým měřením nejprve nastavíme konkrétní žhavicí proud $I_{\check{z}h}$ a napětí $U_{\check{z}h}$ a tyto zaznamenáme. K tomu navíc změříme pyrometrem intenzity (potažmo napětí) odpovídající modré U_m a červené $U_{\check{c}}$ barvě a jejich hodnoty si zapíšeme. Z těchto zapsaných hodnot budeme schopni dvěma způsoby určit teplotu katody.

2.3.2 Měření náběhového proudu

Toto měření provádíme takřka stejně jako měření minulé, až na to, že používáme generátor záporného napětí (budeme tedy adekvátně tomu vynášet závislost přímo na U_a a ne na jeho odmocnině) a proudy měříme mikroampérmetrem.

Při měření termoemise je klíčové, aby měl povrch katody všude stejnou teplotu, čehož dosahujeme zapojením znázorněným na Obr. 2. Měřicí anoda je obklopena dvěma dalšími pomocnými anodami, které brání odvodu tepla do přívodu žhavicího proudu.

2.4 Naměřené hodnoty

Výpočty jsme prováděli z dodaných hodnot. Plochu katody jsme určili z poloměru $r = 0,1$ mm a délky $d = 2$ cm na $S = 1,26 \cdot 10^{-5}$ m². Konstanty k a e použité ve výpočtech jsou číselně uvedeny v teoretickém úvodu.

Pro všechna měření jsme vypočítali teplotu vlákna pomocí Stefan-Boltzmannova zákona (10) a její hodnoty jsme vynesli do grafu na Obr. 6 v závislosti na teplotě změřené pyrometrem.

2.4.1 Měření nasyceného proudu

Naměřené a vypočítané hodnoty jsou uvedeny v Tab. 1. Výsledky měření prvního úkolu jsou jako závislost $\ln I$ na \sqrt{U} vyneseny v grafu na Obr. 3. Richardsonova přírůžka odpovídající parametrům fitů je vynesena v grafu na Obr. 4. Z ní jsme určili výstupní práci elektronu a Richardsonovu konstantu jako

$$e\varphi_v = e(4,3 \pm 0,3) \text{ eV}, \quad A = 127462 \text{ A} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-2}. \quad (11)$$

I_{zh} [A]	3,3	3,0	2,8	2,6	3,1	2,9
U_{zh} [V]	6,9	6,2	5,4	4,9	6,5	5,9
T_{stef} [K]	2380	2260	2150	2060	2310	2210
$\sigma_{T_{stef}}$ [K]	20	20	20	20	20	20
$U_{\check{c}}$ [mV]	163,42	147,07	129,51	115,42	149,36	135,61
U_m [mV]	31,05	24,04	17,59	13,82	26,94	21,28
T_{pyro} [K]	2219,7	2079,2	1928,9	1838,5	2169,0	2044,1
$\sigma_{T_{pyro}}$ [K]	0,3	0,4	0,4	0,5	0,4	0,4
U_{KA} [V]	I_{a-U_1} [mA]	I_{a-U_2} [mA]	I_{a-U_3} [mA]	I_{a-U_4} [mA]	I_{a-U_5} [mA]	I_{a-U_6} [mA]
100	1,930	0,280	0,046	0,009	0,710	0,133
200	2,040	0,310	0,048	0,009	0,760	0,140
300	2,080	0,325	0,050	0,010	0,790	0,148
400	2,180	0,335	0,052	0,010	0,810	0,153
500	2,260	0,345	0,053	0,010	0,840	0,155
550	2,320	0,350	0,054	0,010	0,860	0,158
I_{0-U_i} [mA]	1,680	0,243	0,041	0,008	0,623	0,117
$\sigma_{I_{0-U_i}}$ [mA]	0,030	0,006	0,001	0,001	0,007	0,002

Tab. 1: Naměřené a vypočítané hodnoty pro měření nasyceného proudu; I_{zh} a U_{zh} jsou žhavicí proud a napětí změřené s chybou 0,1 A a 0,1 V, T_{stef} a $\sigma_{T_{stef}}$ teplota určená Stefan-Boltzmannovým zákonem (10) se svou chybou (6.2), $U_{\check{c}}$ a U_m napětí změřené pyrometrem s chybou 0,01 mV a T_{pyro} a $\sigma_{T_{pyro}}$ teplota určená z tohoto napětí dle (9) i s chybou (6.2). U_{KA} je napětí mezi katodou a anodou, I_{a-U_i} celkový proud pro každé měření a I_{0-U_i} , $\sigma_{I_{0-U_i}}$ hodnota nasyceného proudu získaná i s chybou z fitu (5).

2.4.2 Měření náběhového proudu

Naměřené a vypočítané hodnoty jsou uvedeny v Tab. 2. Průběh $I_a = f(U_a)$ je vyneseno do grafu na Obr. 5. Pomocí vzorce (4) jsme z něj odhadli teploty T_1 , T_2 katody na

$$T_1 = (8100 \pm 200) \text{ K}, \quad T_2 = (11200 \pm 300) \text{ K}. \quad (12)$$

$I_{zh} \pm \sigma_{I_{zh}} [\text{A}]$	4,1	0,1	3,6	0,1
$U_{zh} \pm \sigma_{U_{zh}} [\text{V}]$	9,9	0,1	8,2	0,1
$T_{stef} \pm \sigma_{T_{stef}} [\text{K}]$	2750	20	2540	20
$U_{\tilde{c}} \pm \sigma_{U_{\tilde{c}}} [\text{mV}]$	180,23	0,01	162,54	0,01
$U_m \pm \sigma_{U_m} [\text{mV}]$	40,71	0,01	26,87	0,01
$T_{pyro} \pm \sigma_{T_{pyro}} [\text{K}]$	2406,7	0,3	2089,1	0,3
	$U_{a1} [\text{V}]$	$I_{a1} [\mu\text{A}]$	$U_{a2} [\text{V}]$	$I_{a2} [\mu\text{A}]$
	-3,8	4,2	-3,5	82,0
	-4,0	3,6	-4,0	55,0
	-4,2	2,8	-4,5	36,0
	-4,4	2,0	-5,0	23,0
	-4,6	1,7	-5,5	13,0
	-4,8	1,2	-6,0	8,0
	-5,0	0,8	-6,5	4,0
	-5,2	0,6	-7,0	2,0
	-5,4	0,5	-7,5	1,5
	-5,6	0,3	-8,0	1,0
	-5,8	0,3		

Tab. 2: Naměřené a vypočítané hodnoty pro měření náběhového proudu; I_{zh} a U_{zh} jsou žhavicí proud a napětí, T_{stef} a $\sigma_{T_{stef}}$ teplota určená Stefan-Boltzmannovým zákonem (10) se svou chybou (6.2), $U_{\tilde{c}}$ a U_m napětí změřené pyrometrem a T_{pyro} a $\sigma_{T_{pyro}}$ teplota určená z tohoto napětí dle (9) i s chybou (6.2). $U_{a(1/2)}$ je napětí mezi katodou a anodou, $I_{a(1/2)}$ celkový proud pro každé měření.

2.5 Diskuse

Vzhledem k tomu, že jsme žádné z hodnot neměřili my, nebudeme se v diskusi věnovat možnému zpřesnění výsledků změnou postupu měření. Taktéž můžeme jen těžko soudit, jak moc se dá věřit chybovým intervalům určeným přístrojem a kde se pohybuje reálná chyba naměřených hodnot.

Můžeme se však rozhodně vyjádřit k vypočítané Richardsonově konstantě A , u které jsme v naměřených hodnotách ani neuváděli chybu, vzhledem k tomu, že vyšla větší než 150%. Velikost této chyby byla způsobena velkou relativní chybou parametru $a = (0,5 \pm 1,5)$, ze kterého se A přímo počítá. Hodnota se však řádově shoduje s teoretickou $A = 80 \cdot 10^4 \text{ A} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-2}$. Nemůžeme říci, že by se nám ji podařilo změřit, ale náš výsledek zároveň není při uvažování chybového intervalu v rozporu s teoretickým předpokladem. Výsledná hodnota výstupního potenciálu elektronu $\varphi_v = (4,3 \pm 0,3) \text{ V}$ je již mnohem blíže předpokládané hodnotě 4,5 V a můžeme říci, že se nám ji podařilo úspěšně určit.

Místo šesti zadaných měření náběhového proudu jsme obdrželi data z pouze dvou. Odhady teploty katody získané z proložení těchto hodnot jsou však zcela nesmyslné. Jako příklad uveďme první (a méně odlišnou) z nich, která nám vyšla $T_1 = (8100 \pm 200)$ K, což absolutně neodpovídá hodnotě změřené pyrometrem ($2406,7 \pm 0,3$) K. Tato nesrovnalost je buď zapříčiněna nedokonalostí experimentu, malým množstvím naměřených a tím pádem proložených hodnot, nebo tím, že námi použité teoretické vztahy neodpovídají sestavení pokusu.

Měření teploty pomocí Stefan-Boltzmannova zákona (10) dává podle grafu na Obr. 6 značně odlišné hodnoty od měření spektrálním pyrometrem. Vzhledem k tomu, že bereme pro její výpočet absolutně přesné rozměry wolframového vlákna, bude reálná chyba pomocí ní spočítaných hodnot klidně i o řád vyšší. Za nejpřesněji určenou hodnotu teploty bereme tedy (i s přihlédnutím k velikosti její chyby) tu, která byla změřena spektrálním pyrometrem. Jedna z hodnot je v grafu zcela evidentně mimo předpokládanou (byť posunutou) lineární závislost $y = ax$ - čekali bychom ji ve stejné vertikální poloze více vpravo (tak jako první hodnotu z měření náběhového proudu). Vzhledem k tomu, že jsme data neměřili, můžeme těžko odhadnout, čím byla chyba způsobena.

3 Závěr

Zpracovali jsme data změřené závislosti emisního proudu katody na kladném anodovém napětí v rozmezí (100–600) V při konstantní teplotě katody, která byla měřena pyrometrem. Výsledky tohoto měření jsme vynesli do grafu, pro každé z nich jsme určili hodnoty emisního proudu I_0 a nakreslili jsme Richardsonovu přímkou. Úspěšně jsme určili výstupní práci $e\varphi_v$ a méně úspěšně jsme se pak o to samé pokusili u Richardsonovy konstanty A . V obou případech jsme spočítali a diskutovali chyby.

Zpracovali jsme data změřené závislosti náběhového proudu $I_a = f(U_{KA})$ při konstantním žhavicím proudu I_{zh} . Měření bylo provedeno pro dvě různé hodnoty tohoto žhavicího proudu a hodnoty obou měření jsme vynesli do grafu. Z průběhů náběhového napětí jsme odhadli příslušné teploty katody a diskutovali jsme jejich nesrovnalosti s teplotami změřenými pyrometrem.

U každého úkolu jsme z proudu a napětí na žhavicím zdroji vypočítali teplotu vlákna pomocí Stefan - Boltzmannova zákona a vypočítané hodnoty jsme porovnali s hodnotami změřenými pyrometrem. Výsledky jsme vynesli do grafu a diskutovali.

4 Použitá literatura

- [1] Kolektiv KF, *Návod k úloze: Termické emise elektronů* [Online], [cit. 30. března 2014]
http://praktikum.fjfi.cvut.cz/pluginfile.php/424/mod_resource/content/7/termo_2013_05.pdf
- [2] Kolektiv KF, *Doplňek návodu k úloze: Spektrální pyrometr* [Online], [cit. 30. března 2014]
http://praktikum.fjfi.cvut.cz/pluginfile.php/1624/mod_resource/content/5/pyromet_navod.pdf
- [3] Kolektiv KF, *Chyby měření* [Online], [cit. 30. března 2014]
<http://praktikum.fjfi.cvut.cz/documents/chybynav/chyby-o.pdf>
- [4] J. Mikulčák a kol., *Matematické, fyzikální a chemické tabulky & vzorce*. Prometheus, Praha 2009.
ISBN 978-80-7196-264-9

Část I

Přílohy

5 Domácí příprava

Domácí příprava je přiložena k protokolu.

6 Statistické zpracování dat

Při nepřímém měření počítáme hodnotu s chybou dle následujících vztahů:

$$u = f(x, y, z, \dots), \quad (6.1)$$

$$x = (\bar{x} \pm \sigma_x), \quad y = (\bar{y} \pm \sigma_y), \quad z = (\bar{z} \pm \sigma_z), \quad \dots,$$

kde u je veličina, kterou určujeme nepřímo z měřených veličin x, y, z, \dots

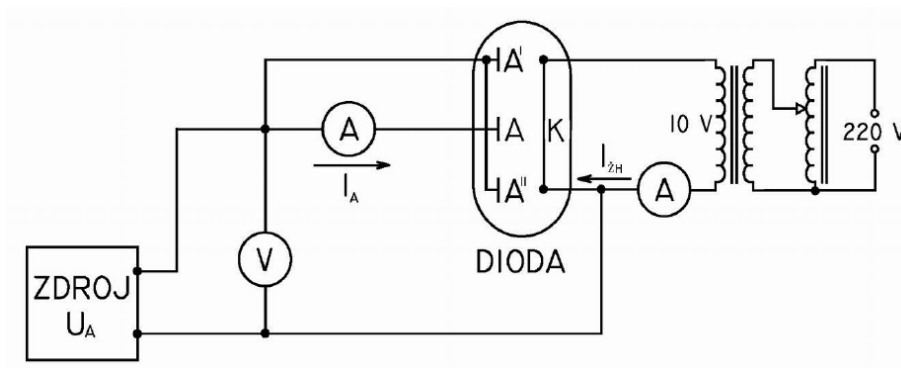
Pak

$$\bar{u} = f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \dots),$$

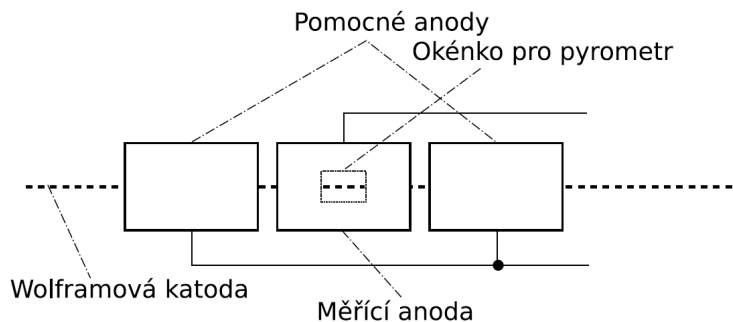
$$\sigma_u = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 \sigma_z^2 + \dots}, \quad (6.2)$$

$$u = (\bar{u} \pm \sigma_u).$$

7 Nákresy a schémata

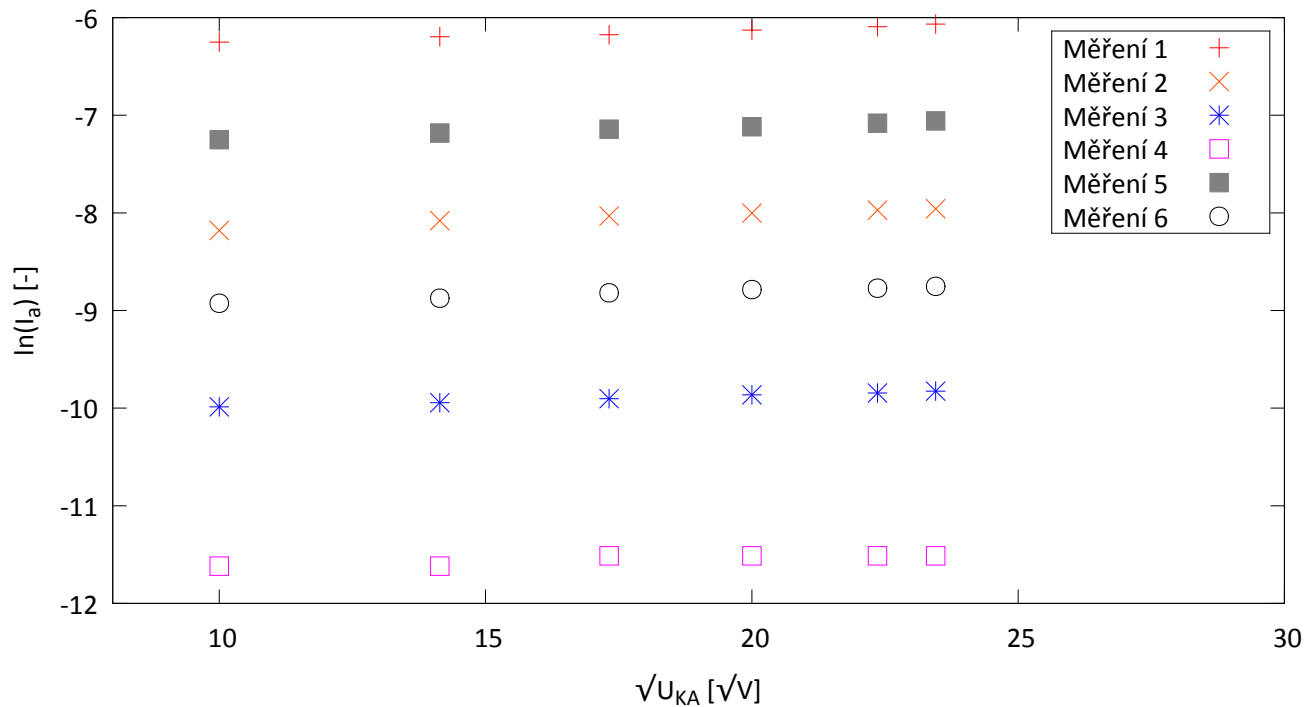


Obr. 1: Zapojení pro měření náběhového proudu. Převzato z [1].

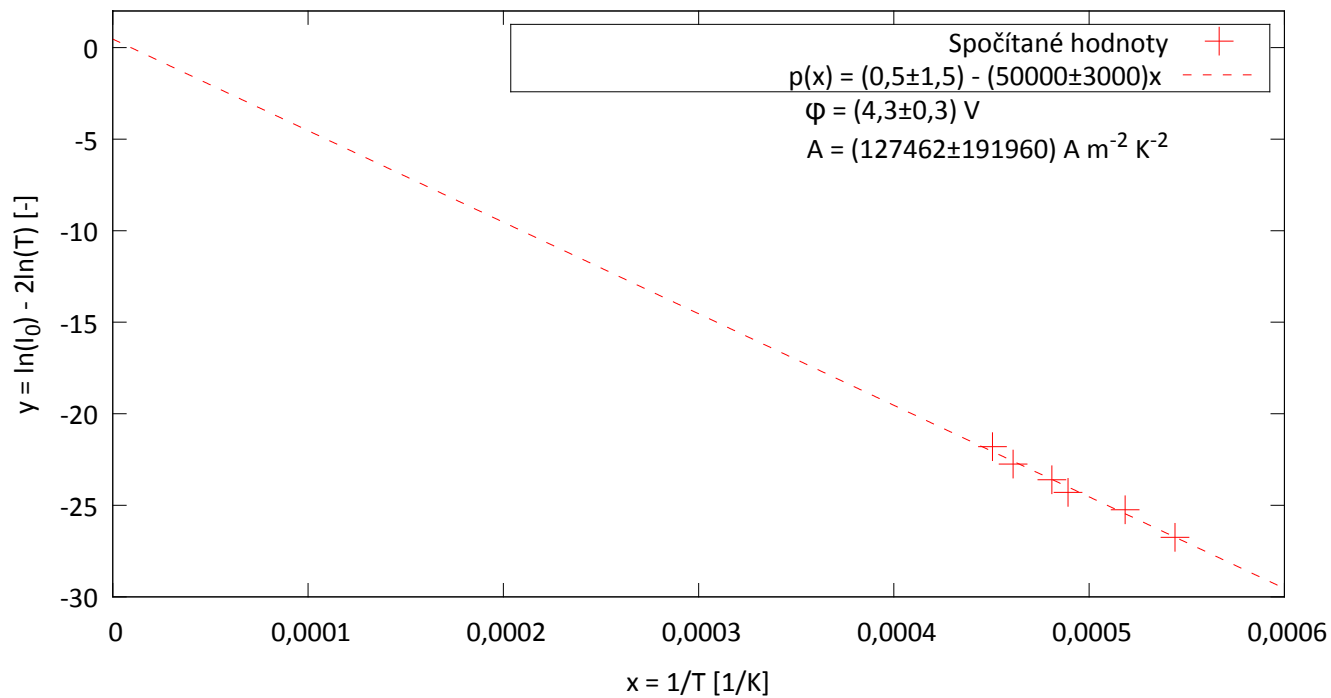


Obr. 2: Geometrie uspořádání vakuové diody s pomocnými anodami pro dosažení homogenního pole. Převzato z [1].

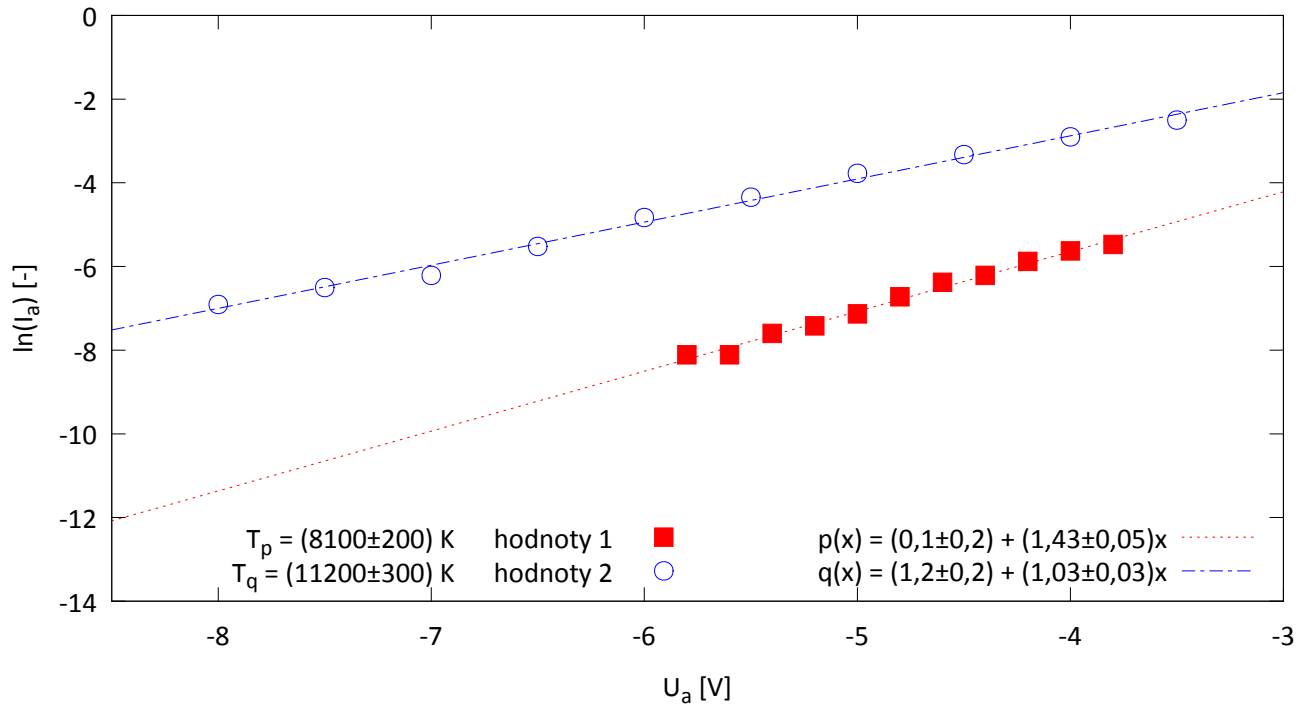
8 Tabulky a grafy



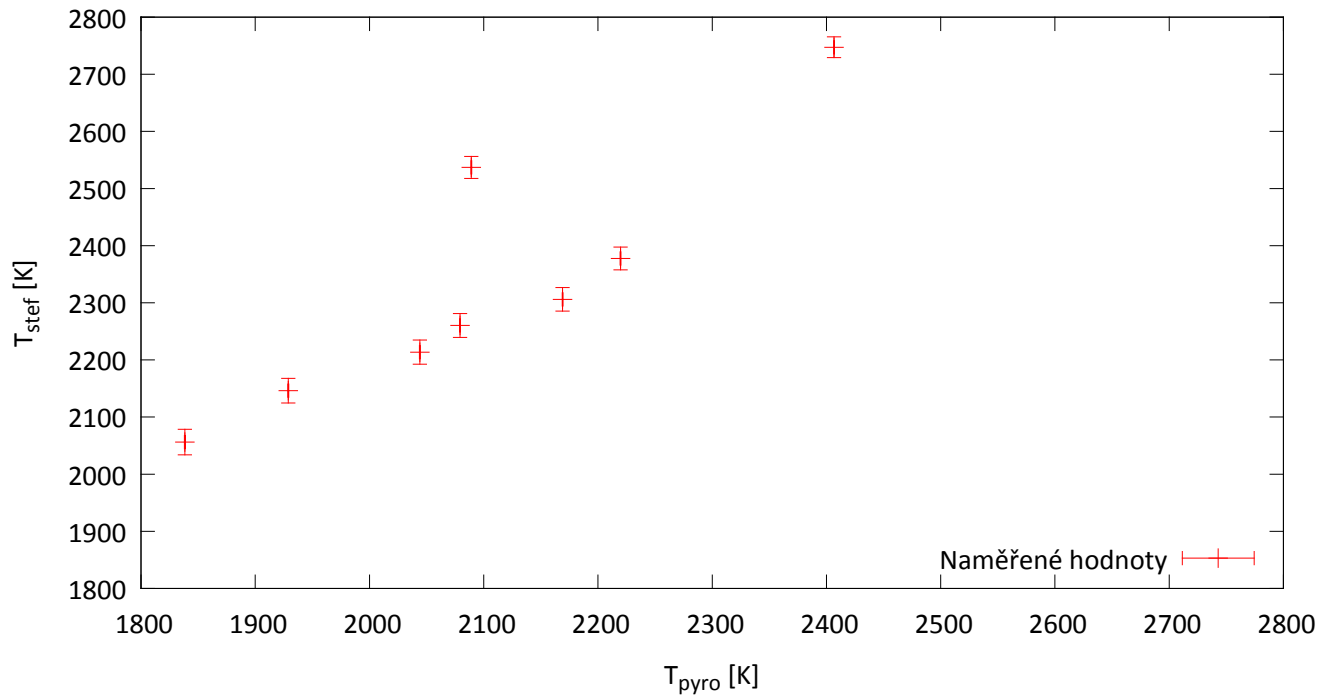
Obr. 3: Měření nasyceného proudu; závislost celkového proudu I_a (resp. jeho logaritmu) na napětí mezi katodou a anodou U_{KA} (resp. jeho odmocnině).



Obr. 4: Měření nasyceného proudu; hodnoty spočítané z fitů každého z šesti měření pomocí (5) a jejich proložení podle (7) získaná Richardsonova přímka. Z jejích parametrů pak podle (8) spočítané φ_v a A .



Obr. 5: Měření náběhového proudu; závislost celkového proudu I_a (resp. jeho logaritmu) na záporném napětí mezi katodou a anodou U_{KA} . Data jsou proložena fitem podle (3) a z něj jsou podle (4) dopočítány teploty vlákna T_p a T_q .



Obr. 6: Měření teploty pomocí Stefan-Boltzmannova zákona; závislost T_{stef} spočítané podle (10) na teplotě určené pyrometrem T_{pyro} .