

Název a číslo úlohy	#2 - Difrakce světelného záření
Datum měření	26. 3. 2015
Měření provedli	Tereza Schönfeldová, David Roesel
Vypracoval	David Roesel
Datum	30. 3. 2015
Hodnocení	

1 Úvod

Difrakci světla můžeme popsat jako chování vln, které neodpovídá modelu paprsků, tedy ho není možné charakterizovat zákony geometrické optiky. Dochází k ní v místech, kde je šířící se vlna příčně omezena prostředím. Difrakční jevy nám dávají možnost měřit vlastnosti objektů nepřímo a někdy dokonce s větší přesností než jinými metodami. V této úloze jsme si vyzkoušeli, které obrazce vznikají při difrakci na několika různých prostorových překážkách, probrali jsme platnost Babinetova principu a měřili jsme rozměry některých překážek. Na závěr jsme studovali tenké a objemové difrakční mřížky a diskutovali jejich rozdílnost.

2 Pomůcky

Zdroj záření (He-Ne laser, $\lambda = 632,8 \text{ nm}$), nastavitelná štěrbina, sada obdélníkových a kruhových apertur, rámeček s drátky, difrakční mřížky, wattmetr, měřítko, stínítko, držáčky, milimetrový papír, stojánky, optický stůl a vlas měřící studentky.

3 Postup a výsledky

Při všech měřeních v této úloze jsme jako zdroj světla používali He-Ne laser z pomůcek. Vzhledem k jeho umístění na stole bylo třeba ho nastavitelnými zrcátky nasměrovat na stojánek s mikrometrickým posuvem, do kterého jsme poté postupně umisťovali různé prostorové překážky. Některé z jevů jsme pozorovali na stínítku, které jsme umístili přímo na optický stůl, zatímco jiné jsme zkoumali až na stěně na druhé straně praktika, aby se difrakční obrazec zvětšil a my mohli přesněji měřit vzdálenosti jednotlivých minim od středu obrazce.

3.1 Pozorování difrakčních obrazců

V první části úlohy jsme se měli za úkol seznámit s různými překážkami a sledovat obrazce, které na nich vznikaly vlivem difrakce. K většině překážek jsme v zadání [1] měli uvedený předpokládaný tvar obrazce, a tak jsme tušili, co bychom měli pozorovat.

Začali jsme pozorováním difrakce na kulatém otvoru o relativně malém poloměru vzhledem k ostatním dostupným kruhovým aperturám. Na stínítku i na stěně jsme v tomto případě pozorovali kruhová minima a maxima. Ve středu obrazce bylo jasně pozorovatelné maximum a další soustředná maxima postupně mírně klesala na intenzitě. Žádné z maxim nebylo všude stejné - zdálo se, že intenzita i v rámci jednoho maxima mírně osciluje.

Jako druhou překážku jsme si zkusili rámeček s tlustším a tenčím drátem. U těchto jsme pozorovali centrální maximum, jehož intenzita byla nepochybně nejvyšší, a následná další ekvidistantní maxima jako tečky na přímcce kolmé k orientaci drátu. Jev byl opět pozorovatelný na stěně i na stínítku, ale na stěně byla jednotlivá maxima mnohem snáze rozlišitelná. Porovnáme-li obrazce při svícení na oba dráty, můžeme s jistotou říci, že tenčí drát způsoboval větší difrakční obrazec (tedy s větší periodou) a s tlustším drátem jsme naopak maxima pozorovali menší a

blíže u sebe. Toto pozorování odpovídá vzorcům, se kterými jsme později pracovali při určování tloušťky drátů a rozměrů štěrbin.

Jako další překážku jsme si vzali štěrbinu a obrazec z ní byl opět jasně rozpoznatelný jak na stínítku, tak na stěně. Stejně jako u drátů, i tady bylo jedno jasné maximum a následné ekvidistantní rozmístění maxim na přímce, která byla kolmá na osu štěrbin. Obrazec se celkově extrémně podobal tomu, který jsme pozorovali pro drát, což vedlo k diskusi Babinetova principu. Jedním z jeho důsledků je, že ve vzdálené zóně by měly být obrazce dvou komplementárních překážek identické. To ale platí pouze v oblasti, kde je komplexní amplituda původního svazku nulová. V takové chvíli budou muset pole obou komplementárních překážek dávat dohromady nulu a tím pádem se od sebe budou lišit pouze znaménkem. Fakt, že námi pozorovaná veličina (intenzita) je kvadrátem pole, způsobí, že uvidíme mimo střed na obou obrazcích to samé. Ve středech by se obrazce měly lišit, což jsme ale vzhledem k silnému prostřednímu maximum nepozorovali jednoznačně.

Poté jsme využili nastavitelnou štěrbinu pro to, abychom si vyzkoušeli difrakci na ostré hraně. Štěrbinu jsme roztáhli na asi 0,5 cm a na jednu z jejích stran jsme nasměrovali paprsek. Po chvíli nastavování jsme byli schopni pozorovat obrazec odpovídající grafu na Obrázku 1 ze zadání [1].

Jako poslední překážku jsme zvolili blíže nezkoumanou obdélníkovou aperturu a na stínítku jsme pozorovali středově symetrický obrazec dvou na sebe kolmých přímk složených z menších čtverečků. Ze symetrie obrazce jsme usoudili, že byla apertura dokonce čtvercová, což jsme se později pokusili ověřit měřením. V případě, že by čtvercová nebyla, by ve směru delší strany byly obrazce kratší a opačně. To se může na první pohled zdát zvláštní, ale odpovídá to podobné úvaze o velikosti obrazce v závislosti na tloušťce drátu.

3.2 Ověření vzdálené zóny

Během sledování obrazců se obraz tvarem neměnil, pouze se zvětšoval a zmenšoval. V zadání [1] je u většiny tvrzení napsáno, že platí pouze pro takzvané Fraunhoferovo přiblížení (neboli přiblížení vzdáleného pole), jehož splnění můžeme předpokládat v případě, že tzv. Fresnelovo číslo

$$N_F = \frac{\bar{x}_{max}^2 + \bar{y}_{max}^2}{\lambda \cdot z} \quad (1)$$

je menší než 1/2. Přitom \bar{x}_{max} a \bar{y}_{max} jsou největší rozměry apertury či objektu, z je vzdálenost od apertury ke stínítku a λ je vlnová délka použitého záření. V případě splnění této podmínky se tedy jedná o přiblížení vzdáleného pole a ve vzdálené difrakční zóně je (až na fázový člen) pole úměrné Fourierově transformaci pole za stínítkem.

Pro naše ověření toho, kde přesně začíná vzdálená zóna, jsme nejprve dali do držáku kruhovou aperturu o průměru 0,1 μm (průměr jsme nejprve vypočítali z difrakčního obrazce) a pohybovali jsme stínítkem směrem k ní. Pozorovali jsme, že ve větších vzdálenostech se měnila pouze velikost celého obrazce, zatímco v bezprostřední blízkosti apertury obrazec nebyl patrný. V místě, kde se přibližně začal měnit difrakční obrazec, jsme určili vzdálenost stínítka od apertury jako 8 cm. Následně jsme vyjádřili ze vzorce (1) vzdálenost od stínítka z a za dosazení výše zmiňovaných hodnot jsme určili začátek vzdálené zóny jako $z_f = 6,8$ cm. To řádově odpovídá našemu pozorování a pokud předpokládáme, že ostatní překážky mají řádově stejný rozměr, můžeme naše měření na stěně vzdálené několik metrů považovat za korektní.

3.3 Určování rozměrů překážek

Následně jsme měli za úkol využít difrakčních obrazců jednotlivých překážek ke změření jejich rozměrů. Vycházeli jsme přitom ze vzorce pro šířku štěrbinu a ve tvaru

$$a = \frac{m\lambda z}{x_m}, \quad (2)$$

kde m je číslo měřeného minima, λ vlnová délka použitého koherentního záření, z vzdálenost pozorovaného obrazce od překážky a x_m vzdálenost m -tého minima od středu obrazce. Tento vzorec jde také ve dvou rozměrech použít pro rozměry obdélníkové apertury. Pro průměr d kruhové apertury pak platí vzorec

$$d = \frac{k_m\lambda z}{x_m}, \quad (3)$$

kde jedinou dříve neoznačenou veličinou je k_m , což jsou kořeny Besselovy funkce prvního druhu a první tři z nich bereme (dle zadání [1]) jako $k_1 = 1,22$, $k_2 = 2,23$ a $k_3 = 3,24$.

Hodnoty naměřené pro drát, štěrbinu, vlas a čtvercovou aperturu jsou uvedeny v Tab. 1. Všechna měření v této tabulce jsme prováděli změřením vícenásobné vzdálenosti (tedy mezi například 10. a -10. minimem) a následným vydělením odpovídajícím počtem minim. Pro kruhovou aperturu jsou pak naměřené i vypočítané hodnoty vyneseny do Tab. 2. Všechna tato měření jsme prováděli na obrazci ve vzdálenosti $z = 3,538$ m. Při sledování vlasu a drátu jsme si ujasnili vztah mezi velikostí překážky a difrakčního obrazce. Obrazec odpovídající vlasu byl totiž zřetelně větší než ten odpovídající drátu, ač byl drát jasně tlustší než vlas (což je také patrné z tabulky).

	x_1 [mm]	a [mm]
štěrbinu	21,00	0,11
drát	3,43	0,65
vlas	24,50	0,09
čtverec	2,85	0,79

Tabulka 1: Naměřené a vypočítané hodnoty pro určování rozměrů překážek; x_1 je vzdálenost prvního minima od středu obrazce, a je rozměr dané překážky (tloušťka vlasu a drátu, šířka štěrbinu, délka strany čtvercové apertury). Hodnoty byly počítány pomocí vzorce (2).

d_o [mm]	d_a [μ m]
10	94
17	102
24	104
$\overline{d_a}$ [μ m]	100

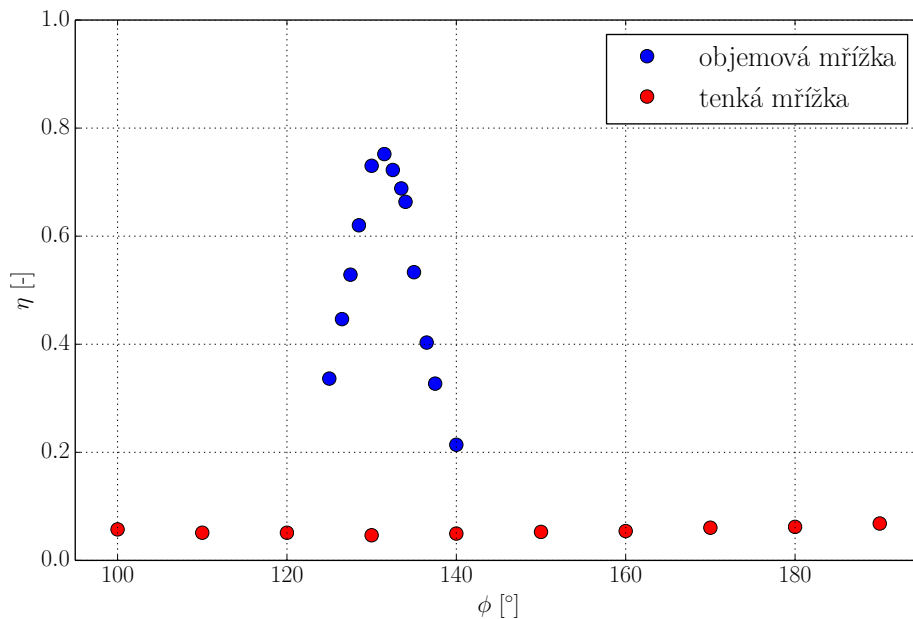
Tabulka 2: Naměřené a vypočítané hodnoty pro určení průměru kruhové apertury; d_o je průměr kruhu tvořeného daným minimem na difrakčním obrazci, d_a je podle vzorce (3) vypočítaný průměr kruhové apertury a $\overline{d_a}$ je aritmetický průměr těchto vypočítaných hodnot.

3.4 Pozorování difrakce na mřížkách

Od jednoduchých překážek jsme přešli k tenkým a objemovým mřížkám. K dispozici jsme měli tenkou fázovou, tenkou amplitudovou a několik objemových mřížek. Nejprve jsme diskutovali, která z tenkých mřížek je amplitudová a která fázová. Dospěli jsme k tomu, že tmavá mřížka bude absorbní, a tedy amplitudová, zatímco průhlednou mřížku jsme určili jako fázovou. Tento

předpoklad jsme ověřili pozorováním, že za použití amplitudové byly intenzity jednotlivých maxim v porovnání menší než za použití fázové mřížky. Modulace fáze bude tím pádem vzhledem k menším absorpčním ztrátám pro použití výhodnější.

Kromě pozorování difrakčních obrazců však bylo naším úkolem určit závislost difrakční účinnosti obou typů mřížek (tenké a objemové) na úhlu dopadu (neboli proměření tzv. selektivní křivky). Difrakční účinnost jsme spočítali jako poměr intenzity naměřené wattmetrem v bodě prvního maxima ku intenzitě laserového svazku bez překážky. V případě tenké mřížky jsme měřili intenzitu prvního maxima přímo. Pro objemovou mřížku jsme měřili pouze v oblasti, kde byl splněn předpoklad, že je intenzita laseru rozdělena pouze do nultého a prvního maxima. V této oblasti jsme tedy měřili intenzitu dopadající do nultého maxima a její doplněk do plné intenzity laseru jsme považovali za hodnotu platnou pro první maximum. Vypočítané hodnoty účinnosti jsou vyneseny do grafu na Obr. 1 s maximální výkonem laseru určeným pomocí vhodně naladěného wattmetru $P_{max} = 6,45 \text{ mW}$.



Obrázek 1: Vypočítané hodnoty difrakční účinnosti η v závislosti na úhlu dopadu ϕ laserového svazku na mřížku.

Kromě selektivní křivky jsme měli za úkol také určit prostorové periody tenké amplitudové, tenké fázové a objemové mřížky. Pro tenké mřížky jsme vycházeli ze vzorce

$$\Lambda = \frac{m \cdot \lambda}{\sin \Theta_m - \sin \Theta_i} = \frac{m \cdot \lambda}{\sin \Theta_m} = m \cdot \lambda \frac{\sqrt{z^2 + x_m^2}}{x_m}, \quad (4)$$

kde Λ je prostorová perioda dané tenké mřížky, m číslo řádu, x_m vzdálenost daného řádu od nultého řádu, λ vlnová délka použitého záření, Θ_i úhel dopadu rovinné vlny na mřížku, Θ_m úhel pod kterým je pozorovaný m -tý řád a z vzdálenost stínítka od mřížky. Rovnosti plynou z geometrie úhly ($\Theta_i = 0^\circ$) a z Pythagorovy věty.

Prostorové periody tenkých mřížek nám tedy podle vzorce (4) vyšly pro fázovou mřížku

$$\Lambda_1 = 5,41 \mu\text{m}$$

a pro amplitudovou

$$\Lambda_2 = 10,79 \mu\text{m}.$$

Pro výpočet prostorové periody objemové mřížky musíme využít jiný postup než pro tenkou mřížku. Po správném sestavení aparatury jsme si změřili vzdálenost $z = 13,8 \text{ cm}$ od mřížky

ke stínítku a vzdálenost mezi nultým a prvním řádem $x_m = 73 \text{ mm}$. Pro úhlovou vzdálenost α mezi prvním a nultým řádem vzhledem k bodu, kde vstupuje laserový svazek do mřížky, platí

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{x_m}{z}$$

a ze schématu aparatury (Obrázek 7 ze zadání [1]) a Braggovy podmínky $\vec{K} = \vec{k}_d - \vec{k}_i$ (detailní popis tamtéž), plyne vztah

$$\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\lambda}{2\Lambda} \quad \Longrightarrow \quad \Lambda = \frac{\lambda}{2 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}.$$

Z toho pro naše měření vyplývá hodnota prostorové periody objemové mřížky

$$\Lambda_3 = 1,25 \mu\text{m}.$$

4 Diskuse a závěr

Difrakční obrazce se nám podařilo pozorovat všechny zadané a žádné pozorování nebylo v rozporu s očekávanou podobou obrazců. Zajímavé je kolísání intenzity v rámci jednoho maxima u difrakce na kruhové apertuře. Toto pozorování přisuzujeme nedokonalosti systému případně interferenci s nechtěnými odrazy. Nejhůře pozorovatelným obrazcem se ukázal být ten příslušející difrakci na ostré hraně. To bylo způsobeno tím, že jsme k tomuto měření využili nastavitelnou šterbinu, která měnila velice snadno svou šířku a zavírala se. Ač se nám ji nakonec podařilo rozevřít více (za pomoci asistenta), pravděpodobně to nepostačovalo pro pozorování dobrého obrazce. Tvar obrazce jsme však ale viděli jasně a měření tudíž považujeme za úspěšné.

U úlohy i v postupu výše jsme diskutovali platnost Babinetova principu a naše pozorování difrakce na drátu a šterbině mu odpovídají. Veškerá měření jsme prováděli v dostatečně velké vzdálenosti od proměřované překážky, což jsme ověřili výpočtem umístění vzdálené zóny. Proměřili jsme rozměry několika překážek a podařilo se nám původně předpokládanou obdélníkovou aperturu určit jako čtvercovou, jelikož oba její příčné rozměry byly identické. Tloušťku vlasu jsme určili jako $d = 90 \mu\text{m}$, což odpovídá typickým hodnotám v řádech desítek až stovek mikrometrů. Ostatní hodnoty (tloušťka tlustšího drátu, průměr kruhové apertury) odpovídaly přibližně našemu pozorování.

Kromě bodů ze zadání jsme si vyzkoušeli určování reflexních a transmisních objemových difrakčních mřížek a diskutovali jsme jejich přesné definice a rozdíly. Věnovali jsme se také rozdílům mezi amplitudovou a fázovou tenkou mřížkou. Úspěšně jsme změřili difrakční účinnost prvních řádů tenké a objemové mřížky na úhlu dopadu a v grafu na Obr. 1 je jasně vidět, že objemová mřížka je selektivní, zatímco tenká ne. Vzhledem ke způsobu měření a výpočtu difrakční účinnosti prvního řádu objemové mřížky jsme naměřili pouze užší rozsah hodnot. Předpoklad celé intenzity rozdělené pouze do 0. a 1. maxima je totiž splněn pouze v blízkosti Braggova úhlu Θ_B a při větší odchylce od něj může část intenzity mířit i na -1. nebo 2. maximum. I tak považujeme trend za jasný a měření za korektní. U obou typů mřížek se nám úspěšně podařilo vypočítat prostorovou periodu Λ .

Hlavním pozorovaným rozdílem mezi objemovou a tenkou mřížkou je selektivita u mřížky objemové. Ač má objemová mřížka vysokou účinnost, je tomu tak pouze v úzkém rozsahu úhlů dopadajícího světla, což může být i pozitivní vlastnost (např. pro hologramy v bílém světle). Je to dáno tím, že pro tak vysokou difrakční účinnost musí být splněna Braggova podmínka a příspěvky jednotlivých odrazů v mřížce musí být soufázové. To je v objemové mřížce splněno pouze pro konkrétní úhel, vzhledem k tomu, že se v ní může světlo šířit po různě dlouhých optických drahách. U tenkých mřížek tuto možnost nemá a tudíž úhel dopadu difrakční účinnost příliš neovlivní.

Reference

- [1] *Návod k úloze 2 - Difrakce světelného záření* [online], [cit. 1. dubna 2015],
http://optics.fjfi.cvut.cz/files/pdf/ZPOP_02.pdf